

面向 SPH 流体的高效各向异性表面重构算法

王笑琨, 班晓娟*, 刘 旭, 张雅斓, 王礼鹏

(北京科技大学计算机与通信工程学院 北京 100083)
(banxj@ustb.edu.cn)

摘要: 为了在流体模拟中构造更加平整光滑的表面以及提升重构的效率, 本文面向基于粒子的流体模拟, 提出一种高效的表面重构方法. 首先对传统各向异性核函数的构造进行简化; 然后根据对粒子特征向量的分析对粒子进行分类, 即分为近表面粒子和内部粒子; 最后在表面重构计算时将近表面粒子参与计算, 而内部粒子则根据邻居粒子数量直接对颜色场进行赋值. 实验结果表明, 本文方法保证了重构流体表面的平滑性和几何特征; 相对于已有方法, 该方法简单易实现, 且较大地提升了运算效率.

关键词: 流体模拟; 光滑粒子流体动力学; 表面重构; 各向异性
中图法分类号: TP391.41

Effective Reconstructing Surfaces Algorithm of Anisotropic Kernels Orienting SPH Fluids

Wang Xiaokun, Ban Xiaojuan*, Liu Xu, Zhang Yalan, and Wang Lipeng

(School of Computer and Communication Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083)

Abstract: In order to construct smoother surfaces and improve the efficiency of reconstruction in fluid simulation, an efficient surface reconstruction method for particle-based fluid simulation is proposed in this paper. First, we modify the traditional anisotropic kernel function; Second, we divide particles into external particles and internal particles according to the analysis of particle's eigenvectors; Finally, we integrate the external particles to the calculation of surface reconstruction and directly assign value to the color field according to neighbor particles' numbers for internal particles. Experimental results show that this approach ensures smoothness and geometric characteristics of the reconstructed fluid surfaces. Compared to existing methods, this approach is simple and easy to implement and greatly improve the computational efficiency.

Key words: fluid simulation; smoothed particle hydrodynamics; surface reconstruction; anisotropic

流体现象广泛存在于自然界、日常生活以及工业生产中, 对流体的模拟即流体动画, 一直是基于物理的动画以及计算机图形学的重要研究内容. 目前, 基于物理模拟的流体动画按照其空间离散化的不同方式主要分为两大类: 网格法与无网格

法. 网格法将模拟域离散到网格点, 而网格点的物理属性值(如速度、密度等)通过求解控制方程获得; 无网格法则是将流体体积离散到采样粒子, 每个粒子具有相应的物理属性, 粒子受控制方程作用在空间中流动. 无网格法具有质量守恒、无边界区域

收稿日期: 2015-09-29; 修回日期: 2016-05-13. 基金项目: 国家自然科学基金(61272357, 61300074, 61572075). 王笑琨(1987—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为计算机动画、虚拟现实; 班晓娟(1970—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, CCF 会员, 论文通讯作者, 主要研究方向为人工智能与人工生命、计算机动画、虚拟现实、神经网络; 刘 旭(1987—), 男, 博士, 主要研究方向为计算机动画、虚拟现实; 张雅斓(1992—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为计算机动画、虚拟现实; 王礼鹏(1993—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机动画、虚拟现实.

等优势,更容易模拟复杂现象(如卷浪^[1]、水滴^[2]、流固耦合^[3]等),近年来获得了较快的发展并已经成为网格法十分有效的替代方式^[4]。在无网格法中,基于光滑粒子流体动力学(smoothed particle hydrodynamics, SPH)方法由于计算简单高效,成为最受关注的方法。

尽管 SPH 方法已经被用来模拟各种流体现象,但提取流体表面却非常困难,如何构造出光滑平整的流体表面是一个迫切需要解决的问题。SPH 方法因为不规则的粒子分布很难构造光滑的表面,传统上常用颜色场方法进行表面重构。由于传统颜色场方法所重构的表面不够光滑平整,且有鼓包现象,而现有各向异性方法重构流体表面的速度较慢,因此本文提出一种基于各向异性核函数的高效表面重构算法。首先根据邻居粒子的分布为每个粒子构造一个各向异性核函数,与传统的各向异性核函数相比,本文所提出的核函数计算方法更为简便;然后根据对粒子特征向量的分析将粒子分为近表面粒子和内部粒子;最后在表面重构计算时将近表面粒子参与计算,而内部粒子则根据邻居粒子的数量直接对颜色场进行赋值,进一步提高了计算效率。

1 相关工作

流体的表面展现对流体动画的真实感效果至关重要,所以表面重构从流体模拟进入计算机图形学起就引起了人们的广泛关注。同样地,流体的表面重构也可以分为两大类:网格法和无网格法。在无网格法框架下,研究者们提出了很多种重构表面的方法。2002年, Osher 等^[5]使用了水平集方法实现了对欧拉流体的表面追踪。为了解决水平集方法质量损失的问题,粒子水平集方法^[6]和半拉格朗日等高线法^[7]被提出。2009年, Muller^[8]使用步进立方体网格对流体表面进行采样,同时保持之前的网格采样。2010年, Wojtan 等^[9]使用凸包法来重建网格,保持薄流体的自身特征。2011年, Bhattacharya 等^[10]通过最小化水平集表面的能量消耗来重构表面。另外, Wojtan 等^[11]利用等值面构建方法对拓扑结构发生变化的网格进行重建, Hirt 等^[12]提出流体体积法, Brochu 等^[13]提出隐式表面跟踪的方法。

随着 SPH 在流体模拟上的应用,研究人员对基于无网格的表面重构方法展开深入的研究与探索。1982年, Blinn^[14]提出了经典点状球方法,它引

入一种新的隐式表面构造方程将采样点到各散乱点的距离作为参数,将求解值用来判定采样点是否在表面上,成功地完成了对离散点的表面提取;缺点是粒子密度的波动会引起表面形成凹凸块。2003年, Muller 等^[15]提出通过计算颜色场来重构表面的方法,这是一种类水平集方法,可以简单、快速地构造流体的自由表面;但是提取的表面较为粗糙,表面附近的粒子会造成表面的凸起。2005年, Zhu 等^[16]在 Blinn 方法基础上提出一种隐式表面方法:首先根据邻居粒子的位置和半径获得流体粒子坐标和半径的加权平均值;然后用求得的粒子位置和半径的平均值重构流体的表面,从而得到相对光滑、鼓包效果不明显的流体表面。2007年, Adams 等^[17]提出根据点到平面距离构造流体表面的方法,其构造的表面较为平滑;但是由于用隐函数隐式表达表面,在构造隐函数时十分耗时。2008年, Williams^[18]通过解决非线性最优化问题实现在表面网格的全局光滑。2012年, Yu 等^[19]提出一种新的流体表面重构方法,其在开始时构造流体的表面,而接下来的每帧只对上一帧表面进行三角网格分割和整合等操作,不再每帧都重新构造流体表面。2013年, Yu 等^[20]沿用 Muller 等^[15]提出的隐式表面构造方法,将各向异性核引入到 Muller^[15]提出的隐式表面构造方程中,构造出了更真实、平坦的流体表面。

另外,由于 SPH 方法的核心思想是利用局部区域内的邻居粒子值的叠加求和取代场函数及其导数,因此局部区域内邻居粒子的分布情况将直接影响 SPH 方法的计算结果和计算精度;由于表面的邻居粒子较少,导致通过 SPH 公式求得的密度较小,从而产生一系列影响,最终导致表面失真。Schechter 等^[21]提出 Ghost SPH 方法解决此问题,该方法在原有粒子边界的外部随机分布 Ghost 粒子层,使得原有粒子在运用 SPH 进行核函数计算时不会因紧支持域范围内的粒子过少而产生计算粒子密度偏小的情况。另外, Liu 等^[22]提出了一种自适应光滑粒子流体动力学方法来解决此问题,通过构造当前粒子与周围粒子的距离协方差矩阵来分析周围粒子的分布特征,并求出特征向量作为不同方向上粒子与当前粒子距离的权值,以实现各向异性核函数的功能。为除此问题, Ren 等^[23]利用 SPH 方法模拟气体时提出了分别补偿密度和力的计算方法,只模拟可见的粒子而不再建模周围环境粒子,节省了计算资源并提高了计算效率。受到 Liu 等^[22]方法的启发, Yu 等^[20]将各向异性的

核函数引入到表面重构技术中, 为每一个流体粒子计算独有的核函数, 而核函数由粒子的邻居粒子分布构造, 该方法能够较好地处理平面流体, 甚至在重构薄板型流体表面时仍能获得很好的效果.

Yu 等^[20]的方法在一定程度上解决了液体表面平滑的问题, 但是在计算颜色场时由于每个粒子的影响范围不同, 所以不能同传统方法一样直接遍历所有像素以完成颜色场的计算, 而是需要根据粒子的影响范围遍历像素, 存在像素重复遍历的情况, 且计算量直接受粒子个数影响; 此外, 由于每个粒子的核函数各不相同, 需要分别进行矩阵计算, 开销较大. 针对以上问题, 本文在 Yu 等^[20]方法的基础上提出一种的面向 SPH 的各向异性高效流体表面构造方法, 首先对各向异性核函数进行改造; 然后提取粒子的位置特征对其分类; 最后只重构表面粒子对内部粒子直接赋值, 在不影响重构效果的前提下节省了计算资源, 较大地提升了算法效率.

2 SPH 框架的流体模拟

在拉格朗日粒子描述下, 控制流体运动的偏微分方程 Navier-Stokes 方程可表示为

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} &= -\rho_i \nabla \cdot \mathbf{v}_i, \\ \rho_i \frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} &= -\nabla p_i + \rho_i \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}_i; \end{aligned}$$

其中, \mathbf{v}_i 表示流体粒子 i 的速度, ρ_i 为密度, p_i 为压强, \mathbf{g} 为外力密度场, μ 为黏度系数.

SPH 方法^[24]的核心思想是以离散化粒子的形式来表征连续的场, 并对场量使用积分近似的方式进行计算. 位置在 \mathbf{x}_i 粒子 i 的场量

$$\langle A(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad (1)$$

其中, m_j, ρ_j 分别表示粒子质量和密度, $W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$ 为光滑核函数, h 为紧支域半径.

由式(1)可得粒子密度计算公式

$$\rho_i = \sum_j m_j W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h).$$

粒子间的作用力包括压力 \mathbf{f}_i^p 和黏滞力 \mathbf{f}_i^v ,

$$\mathbf{f}_i^p = -\sum_j m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{ij},$$

$$\mathbf{f}_i^v = \mu \sum_j m_j \frac{\mathbf{v}_{ji}}{\rho_j} \nabla^2 W_{ij}.$$

本文中, 压强采用文献[24]中的泰特公式进行

计算, 即 $p_i = \frac{\rho_0 c_s^2}{\gamma} \left(\left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right)$; 其中 ρ_0 为流体静止密度, $\rho_0=1000$, $\gamma=7$, c_s 为声速. 黏滞力采用文献[25]的方法处理.

3 基于各向异性的表面重构

3.1 表面的表示与定义

本文使用隐式表面来表示流体表面. 定义一个足够大的参考域 \bar{D} , 它完全包含粒子表示的流体所在的空间 D , 即 $D \subseteq \bar{D}$. 流体表面 $S = \partial D$ 隐含的定义为空间函数 $\phi(\mathbf{x}): \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ 的一个等值表面, 即

$$S = \partial D = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in \bar{D}, \phi(\mathbf{x}) = 0\}.$$

另外, 流体的内外区域可表示为

$$\phi(\mathbf{x}) = 0 \begin{cases} > 0, & \forall \mathbf{x} \in D \setminus \partial D \\ = 0, & \forall \mathbf{x} \in \partial D \\ < 0, & \forall \mathbf{x} \in \bar{D} \setminus D \end{cases}.$$

图 1 所示为隐式曲面表示表面示意图. 其中, 绿色表示曲线内 ($\phi > 0$), 蓝色表示曲线外 ($\phi < 0$), 颜色的深浅代表场强的大小, 红色的曲线是值为 0 的等值面 ($\phi = 0$). 上述表示很容易离散化, 只需要将 \bar{D} 等分成细小的网格 $\mathbf{x}(i, j, k) \in \bar{D}$, 其中 (i, j, k) 是网格的索引. 离散化后的表示为

$$\phi(i, j, k) = 0 \begin{cases} > 0, & \forall \mathbf{x}(i, j, k) \in D \setminus \partial D \\ = 0, & \forall \mathbf{x}(i, j, k) \in \partial D \\ < 0, & \forall \mathbf{x}(i, j, k) \in \bar{D} \setminus D \end{cases}.$$

Muller 等^[15]采用如下方法定义表面

$$\phi(\mathbf{x}) = \sum_j m_j \frac{1}{\rho_j} W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h_j) - C;$$

其中, C 是一个正的常数, 核函数 $W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h_j)$ 可以选取任意适合的平滑函数.

3.2 基于各向异性核函数的表面重构

通常情况下, 颜色场定义^[15]为

$$\phi(\mathbf{x}) = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h_j)$$

其中, W 是各向同性核函数, 其形式为

$$W(\mathbf{r}, h) = \frac{\sigma}{h^d} P\left(\frac{\|\mathbf{r}\|}{h}\right) \quad (2)$$

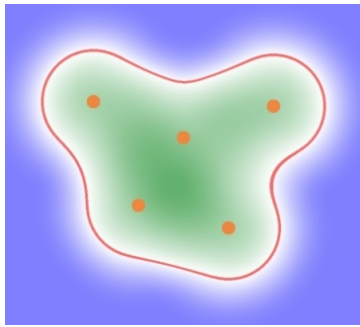


图 1 隐式曲面表示表面示意图

σ 为比例系数, d 是维数, r 是距离向量, P 为有限支持域的衰减样条函数.

Yu 等^[20]在式(2)核函数的计算中引入矩阵, 采用各向异性核函数重构流体表面, 其表达式为

$$W(r, G) = \sigma \det(G) P(\|Gr\|) \quad (3)$$

其中, 矩阵 G 将对 r 产生影响, $r = x - x_i$, x 可视为任意位置. 为了分析粒子对周围位置的影响, 需要建立粒子的协方差矩阵, 以找到其周围粒子分布状态

$$C_i = E((x_j - x_i)(x_j - x_i)^T) \quad (4)$$

Yu 等^[20]为了构造平滑表面, 用 \bar{x}_i 来代替式(4)中的 x_i , 则式(4)可改为

$$C_i = E((x_j - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_i)^T).$$

其中, $\bar{x}_i = \sum_j w_{ij} x_j / \sum_j w_{ij}$; w_{ij} 为各向同性的权重函数,

$$w_{ij} = \frac{8}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - \frac{6|r|^2}{h^2} + \frac{6|r|^3}{h^3}, & 0 < |r| < \frac{h}{2} \\ \frac{2(h - |r|)^3}{h^3}, & \frac{h}{2} < |r| < h \\ 0, & |r| < 0 \text{ 或 } |r| > h \end{cases},$$

$|r|$ 为粒子 i 和 j 之间的距离, h 为核函数的支持域半径, 为了更好地分析周围粒子的分布情况, 选择 $l = 2h$.

协方差矩阵 C_i 为每个粒子独有, 由于其是对称矩阵, 因此可以表示为

$$C_i = R \Sigma R^T,$$

其中 $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_d)$.

C_i (后面用 C 代替 C_i) 的特征向量构成矩阵 R 的列向量, 其每一列 R_i 对应的特征值为对角矩阵 Σ 中的 σ_i , R_i 代表了 C 的分布轴. 此处 R 为 3×3

的矩阵, 即 R 由 3 个特征向量构成. 通常将 Σ 降序排列, 则邻居粒子在 R_1 方向上分布较多, 在 R_3 方向上最少. 为了避免极端情况的发生, 对 C 进行更改: 1) σ_i 进行控制, 若 $\sigma_i / \sigma_d < k_r$, 用 σ_i / k_r 代替; 2) 对流体内部粒子用 $G = k_n I$ 代替各向异性核函数, 该函数还可用于孤点粒子.

综上所述, G 表达式为

$$G = \frac{1}{h} R \tilde{\Sigma}^{-1} R^T \quad (5)$$

将改造后的 C 用 \tilde{C} 来表示, 为保证 G 能将 r 在主轴方向 R_1 上的长度缩短, 将 \tilde{C} 按式(5)进行更改.

3.3 优化的各向异性核函数的表面重构

矩阵 G 实现了各向异性核函数的功能, 通过矩阵 G 可对 r 在 R 所指向的 3 个轴上进行缩放, 核函数 $W(r, h)$ 的值由 $\|Gr\|$ 决定. $\|Gr\|$ 的工作原理如下: 矩阵 C 为协方差矩阵, 其特征矩阵 R 的 3 个分量 R_1, R_2, R_3 正交且为单位向量. 在三维空间中, r 可由 R_1, R_2, R_3 这组基表示为

$$r = c_1 \cdot R_1 + c_2 \cdot R_2 + c_3 \cdot R_3,$$

则 Gr 可以表示为

$$Gr = \frac{1}{h} R \tilde{\Sigma}^{-1} R^T \cdot (c_1 \cdot R_1 + c_2 \cdot R_2 + c_3 \cdot R_3) = \frac{1}{h} R \tilde{\Sigma}^{-1} [c_1 \ c_2 \ c_3]^T.$$

因此, Gr 可以进一步表示为

$$Gr = \frac{1}{h} R \tilde{\Sigma}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{h} R \cdot \begin{bmatrix} \frac{c_1}{\sigma_1} \\ \frac{c_2}{\sigma_2'} \\ \frac{c_3}{\sigma_3'} \end{bmatrix} \quad (6)$$

通过式(6)可以看出特征值对 r 的缩放作用, 其中 σ_i' 为

$$\sigma_i \text{ 经过 } \sigma_i' = \begin{cases} \sigma_i, & \sigma_i < k_r \sigma_i \\ \sigma_i / k_r, & \sigma_i > k_r \sigma_i \end{cases} \text{ 检验后的值.}$$

对于 $R \tilde{\Sigma}^{-1} [c_1 \ c_2 \ c_3]^T$, 从数值上来说其计算是冗余的, 因为在实际计算中只关心经过拉伸后 L_1 范数值的变化. 简要证明如下:

$$\begin{aligned} \|Gr\| &= \frac{1}{h} \cdot \|R \tilde{\Sigma}^{-1} R^T \cdot r\| = \\ &= \frac{1}{h} \cdot \left\| \left(\frac{c_1}{\sigma_1} \cdot R_1 + \frac{c_2}{\sigma_2'} \cdot R_2 + \frac{c_3}{\sigma_3'} \cdot R_3 \right) \right\| = \\ &= \frac{1}{h} \cdot \|\tilde{\Sigma}^{-1} R^T \cdot r\|, \end{aligned}$$

因此 G 可以由 G' 代替,

$$G' = \tilde{\Sigma}^{-1} R^T \quad (7)$$

式(7)相比式(5)表达更简单, 计算效率更高且计算结果相同. 由此, 式(3)可简化为

$$W(\mathbf{r}, G') = \sigma |\det(G')| P(\|G'\mathbf{r}\|) \quad (8)$$

与式(3)相比, 式(8)对 G' 的行列式取绝对值操作, 原因是 G' 与 G 的行列式的绝对值是相等的, 这一点由行列式的特性保证.

根据行列式性质可以保证 G 的行列式为正值, 而 G' 的行列式则需要去绝对值以保证正值, 即

$$\begin{aligned} \det G &= (\det R) \det(\Sigma) (\det R^T) = (\det R)^2 \det(\Sigma), \\ \det G' &= \det(\Sigma) (\det R^T) = (\det R) \det(\Sigma). \end{aligned}$$

在三维坐标下行列式代表矩阵 R 列向量所围成的体积, 由于 R 的列向量均为单位列向量且相互垂直, 因此 R 行列式的值为 1 或 -1. 此外, 由于对角矩阵行列式值为对角元素之积, 式(8)可进一步改写为

$$W(\mathbf{r}, G') = \sigma \cdot \Pi \Sigma_{ii} \cdot P(\|G'\mathbf{r}\|) \quad (9)$$

综上所述, 式(9)即为本文所使用的颜色场函数. 与原计算公式(3)相比, 本文推导出的公式在不改变计算结果的前提下简化矩阵运算, 节省了计算开销.

3.4 粒子的分类

由于流体内部粒子对表面重构没有实质贡献, 为了进一步节省计算资源增加计算效率, 与传统基于邻居粒子数量分类的方法不同, 本文将根据粒子的特征值对其进行分类. 由于特征值在前面计算中已被求解, 所以分类不会带来额外的计算开销. 为了保证弱可压缩性, SPH 方法在粒子运行

时迫使粒子的平均间距变化不大, 根据状态方程可知, 一般粒子的平均间距变化不超过 $1/100$ ^[24]. 因此, 本文对 2 种典型场景立方体和球体进行分析, 图 2 所示为由 925 个粒子构成的球体, 其 σ_3/σ_1 的比值曲线如图 3 所示, 红色为表面粒子, 蓝色为内部粒子. 分别计算每个粒子的特征值 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ (此时 σ 按升序排列), 以及比值 $\sigma_3/\sigma_1, \sigma_3/\sigma_2$. 可以看出, 越靠近几何体的中心, 特征值 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 越接近, σ_1, σ_2 相等的趋势越快, 而且在中心轴线上的粒子 $\sigma_3/\sigma_1 = \sigma_3/\sigma_2$. 这一特性非常适合制定粒子的分类策略, 首先 $\sigma_3/\sigma_1 \geq \sigma_3/\sigma_2$, 其次 σ_3/σ_1 与 σ_3/σ_2 的值相近时该粒子可能为内部粒子, 即 σ_3/σ_1 可用于分类表面粒子, σ_3/σ_2 可分类内部粒子.

从粒子分类的角度考虑, 只需分开表面粒子和内部粒子即可. 但由于 SPH 方法中粒子的分布不均匀, 仅由表面粒子构造出的表面可能不完整存在凹凸情况, 所以需要分类出近表面粒子(接近表面的粒子)和内部粒子. 如此看来, 如图 3 所示 σ_3/σ_1 在边界附近发生的波动, 恰恰为分类提供了帮助. 为此, 可将边界粒子以及边界附近粒子

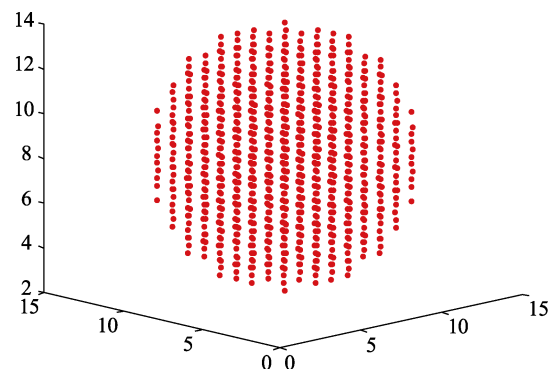


图 2 925 个粒子组成的球体示意图

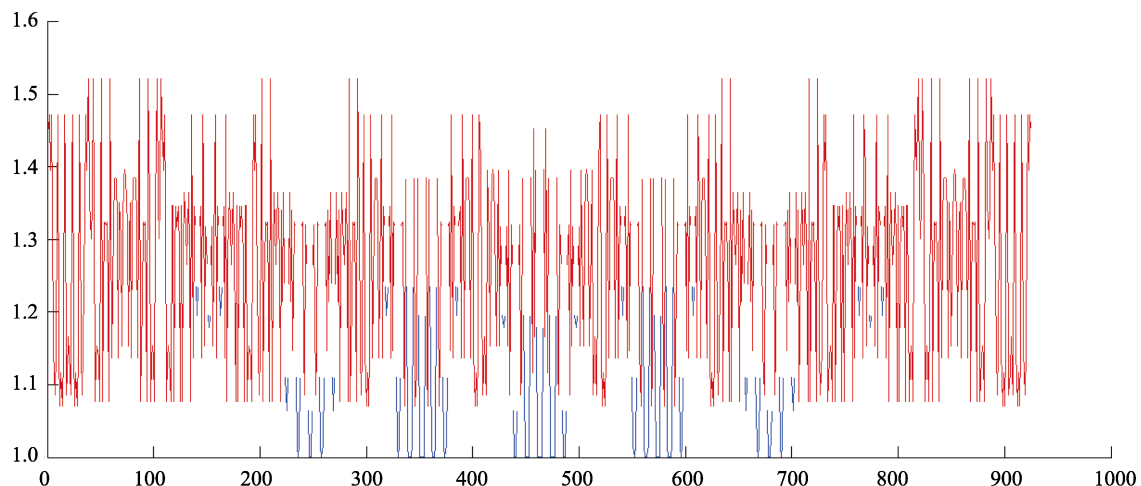


图 3 图 2 中 925 个粒子的 σ_3/σ_1 分布图

分类为近表面粒子,在波动存在的情况下,只要分析边界粒子比值的阈值便自然将边界附近粒子划为表面粒子,从图 3 中可以发现,边界附近粒子特征值的比值会略大于边界粒子的特征值比值.图 3 印证了上面想法,选取边界粒子的最小值为阈值,便可以将一部分内部粒子分类为近表面粒子.

图 4 所示为由 1 000 个粒子构成的立方体 σ_3 / σ_1 分布图,其中红色为表面粒子,蓝色为内部粒子.由于前面对球体进行了分析,对于立方体直接给出了最终的 σ_3 / σ_1 分布图,该图展示出与球体相同的结果,因此本文选取边界粒子的最小比值,作为表面粒子以及近表面粒子和内部粒子的分类阈值,即

$$p_i = \begin{cases} p_s, & \sigma_3 / \sigma_1 > \eta; \\ p_i, & \text{其他} \end{cases}$$

其中阈值 $\eta = \inf\{\sigma_3 / \sigma_1\}$, p_s 表示表面粒子, p_i 表示内部粒子.阈值选得偏小易使得表面粒子过少,造成重构的表面不光滑;而阈值选得过大,会增加计算量降低算法效率.由于通常无法事先获取粒子分布信息,即无法区分边界粒子与内部粒子,因此

不能十分准确地选取阈值 η , 经过实验验证本文选取阈值为 1.1(这种情况下会包含少许内部粒子,其能在不明显降低效率的基础上保证表面构造的光滑性).由于流体的弱可压缩性,对立方体和球形的粒子分析后选取的阈值可以代表其他形态的流体.

粒子分类后需对颜色场进行计算,对于近表面粒子,使用式(9)直接计算即可;对于内部粒子,只需进行颜色场简单赋值.如果只处理表面粒子,不处理内部粒子,会给流体渲染带来困难.由步进立方体的算法可知,其将产生内、外 2 层表面,如图 5 所示.图 5a 所示为未对内部粒子处理,留有空腔;图 5b 所示为对内部粒子简单赋值,消除了空腔.本文使用 $W = L / N$ (L 为粒子各向同性颜色场值, N 为邻居粒子数)对内部粒子颜色场赋值,该式与距离等变量无关,只与粒子的邻居粒子数量有关,计算十分简单,不会带来额外的计算开销.此外,为了保证表面的平滑, Yu 等^[20]使用式(4)即高斯平滑对所有粒子进行平滑,而本文只对表面粒子使用式(4)即可,进一步节省了开销.

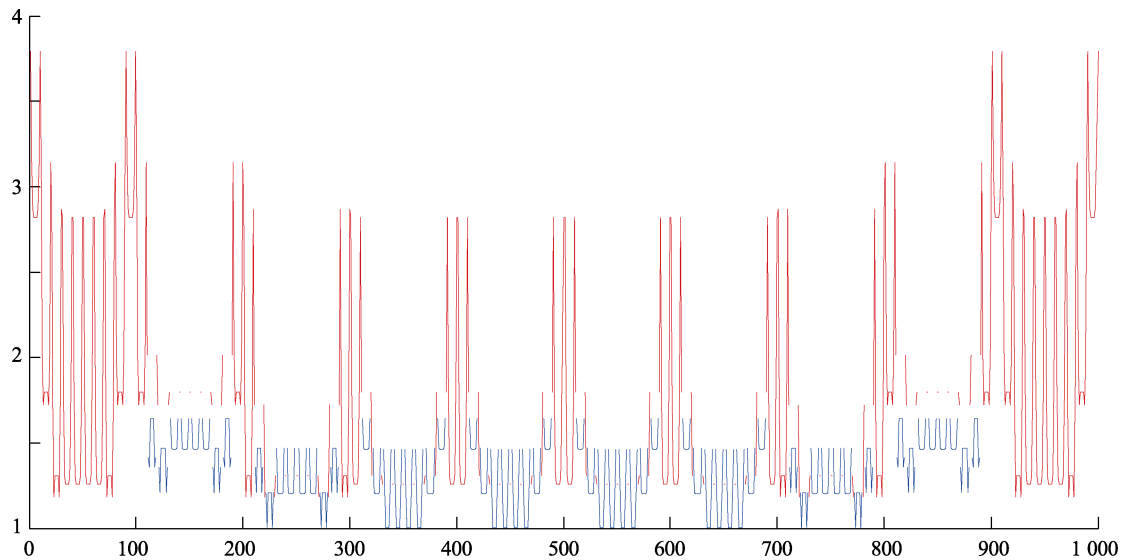


图 4 立方体 1 000 个粒子 σ_3 / σ_1 分布图

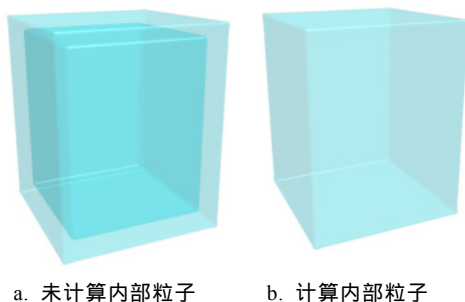


图 5 处理内部粒子对比图

4 实验及结果分析

本节通过实验验证算法的有效性.程序的运行平台为 Intel i5-3470 (四核, 3.20 GHz, 6 MB Cache), 8 GB 内存.流体模拟和表面重构用 C++ 语言采用多线程技术实现,流体模拟中的邻居粒子搜索使用空间背景网格进行哈希查找.表面重构首先使用本文方法构造颜色场,然后使用步进立方体算法重构表面.本文使用 OpenGL 三维图形库实时显示仿真

和表面构造的结果, 并使用 OpenCV 库录制视频, 使用 Blender 进行渲染.

图 6 所示为了一组溃坝实验的表面重构结果, 分别展示了各向同性核函数方法^[15](简称各向同性方法)、各向异性核函数方法^[20](简称各向异性方法), 以及本文方法的结果. 图 6d 所示为参与计算的粒子数, 其中深绿色代表粒子总数, 浅绿色代表参与计算的粒子数, 黄色代表未参与计算的粒子数. 实验中, 各向同性方法用时 1363 ms, 但是表面较为粗糙; 各向异性方法用时 6 070 ms, 可以看出, 该方法获得的表面十分平滑; 本文方法用时 5 398 ms, 可以看出, 与各向异性方法在真实感上没有差异. 从图 6d 可以看出, 此场景共 22 397 个点, 去除散乱孤点 1 399 个. 图 6a, 6b 均使用了 20 998 个点进行重构, 本文方法经过表面点分类后, 在重构时使用 16 327 个点. 从时间上看, 相对于各向异性方法获得了 11% 的效率提升. 由于此实验粒子较少, 且粒子大多属于表面粒子, 因此所获得效率提升较低.

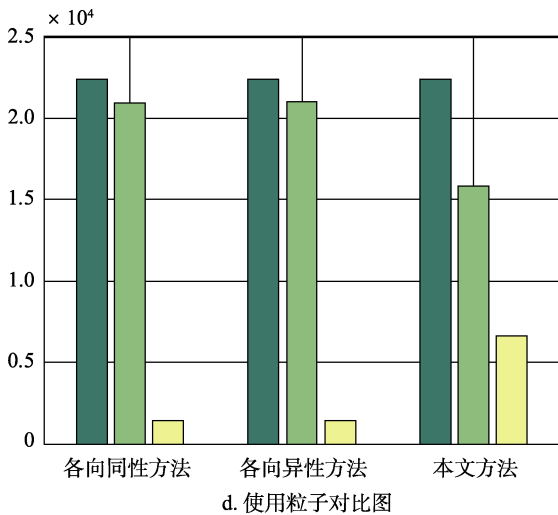
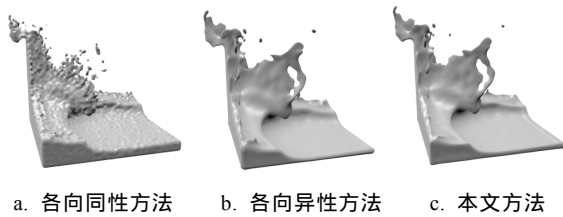


图 6 自由液面表面重构对比图

图 7 所示为立方体表面的重构效果, 该实验共 85 731 个粒子. 各向同性方法用时 5 514 ms; 各向异性方法用时 24 660 ms; 本文方法使用 30 598 个顶点作为表面点进行表面重构, 共用时 14 320 ms, 获得了 41.9% 的效率提升. 由于该场景内部粒子较

多, 因此获得了很好的效率提升. 另外从图 7 中可以看出, 本文方法构造的立方体棱角更加分明, 更加真实, 说明该方法更好地提升了表面的几何特征.

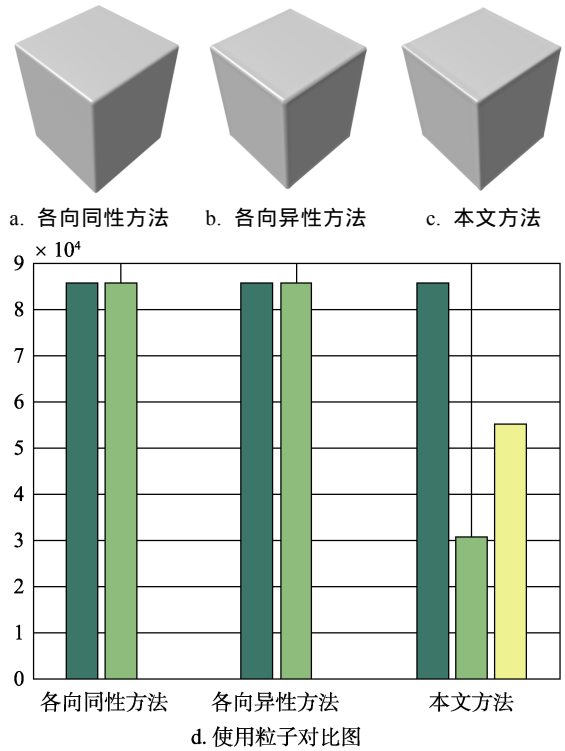


图 7 立方体表面重构对比图

图 8 所示为各向同性方法、各向异性方法以及本文方法在双溃坝实验中的表面重构结果, 该场景粒子数 205 082. 由图 8 可以看出, 各向异性方法和本文方法构造的表面更加光滑, 视觉效果基本一致, 而本文算法节省了运算时间, 获得了较大的效率提升.

图 9 所示为各向异性方法与本文方法在整个双溃坝实验中每帧的运算时间, 其中蓝线是各向异性方法每帧运行时间, 红线是本文方法每帧运行时间. 从图 9 中可以发现, 本文方法的运算时间全程低于各向异性方法, 在整个实验中获得了 1.42 倍的加速比.

图 10 所示为本文方法双溃坝实验效率分析图, 其中, 红线代表本文方法每帧表面粒子占有所有粒子的比例, 蓝线代表相比各向异性方法, 本文方法每帧效率的提升率. 图 10 中, 2 条线的趋势恰好相反, 表明表面粒子所占比例较小时能获得较大的效率提升, 整个过程获得了 30% 的效率提升.

双溃坝实验的运行时间比较如表 1 所示. 图 11 所示为本文方法双溃坝实验中的渲染效果, 所取帧数与图 8 相同.

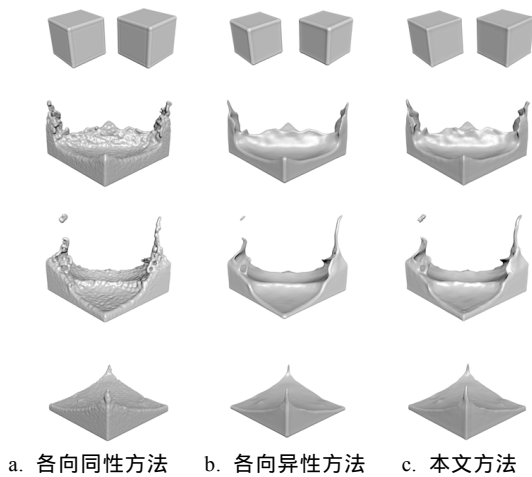


图 8 双溃坝重构结果

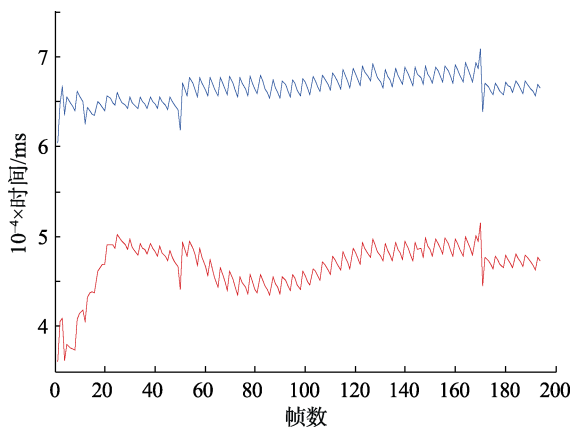


图 9 双溃坝实验运算时间对比图

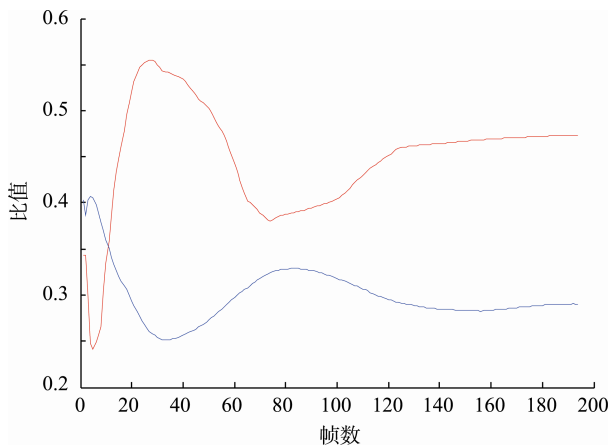


图 10 双溃坝实验效率提升分析图

表 1 实验比较

场景	方法	粒子数/k	运算时间/s	加速比
双溃坝	各向同性	205.0	2744.1	
	各向异性	205.0	12903.0	
木块砸水	本文	205.0	9059.4	1.42
	各向异性	272.8	28000.0	
	本文	272.8	16943.0	1.65

此外,我们在流固耦合场景测试了本文方法并获得了较好的效果.图 12 所示为本文方法和各向异性方法在 16 个木块砸水实验中的表面重构结果,该场景粒子数为 272861.图 13 所示为本文方法和各向异性方法在木块砸水场景中每帧的运算时间,其中,蓝线表示各向异性方法每帧运行时间,红线表示本文方法每帧运行时间,本文方法获得 1.65 倍的加速比.图 14 所示为木块砸水实验的效率分析图,

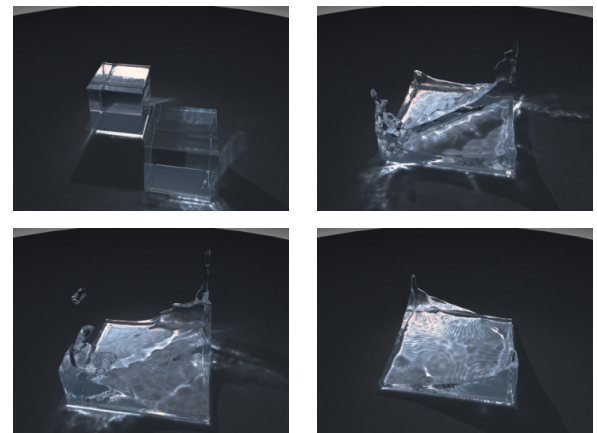


图 11 双溃坝渲染效果

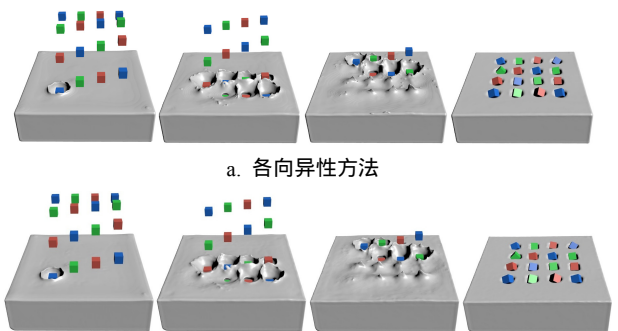


图 12 木块砸水实验重构结果

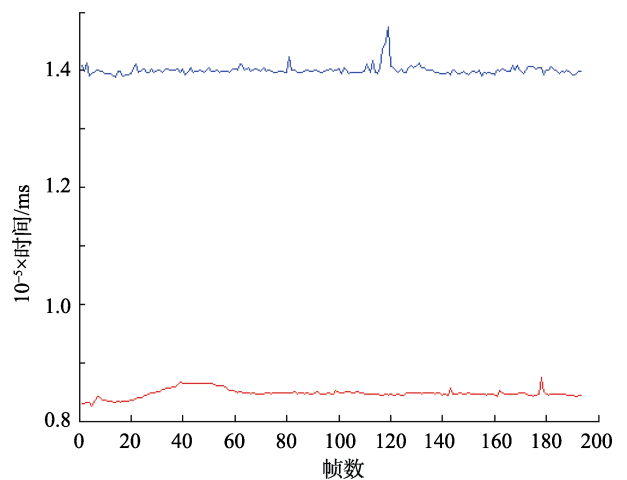


图 13 木块砸水实验运算时间对比图

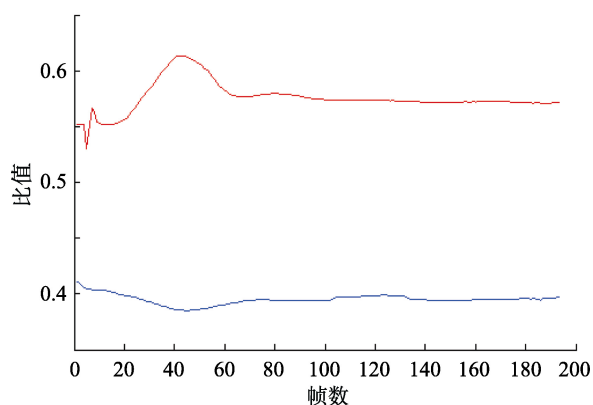


图 14 木块砸水实验效率提升分析图

其中, 红线代表本文方法每帧表面粒子占所有粒子的比例, 蓝线表示本文方法相比各向异性方法每帧所提高的效率比值, 可以看出, 此实验获得了40%左右的效率提升. 本文方法与各向异性方法在木块砸水实验的运行时间比较如表1所示.

5 结 语

本文提出一种面向 SPH 流体的高效各向异性表面重构方法. 该方法对传统的各向异性核函数的构造进行了简化; 并根据粒子的特征值比值将粒子分为近表面粒子和内部粒子; 表面重构时近表面粒子正常参与计算, 而内部粒子根据邻居粒子的数量直接对颜色场赋值. 实验结果表明, 该方法保证了重构表面的平滑和几何特征, 提升了运算效率, 其中与各向异性方法相比获得 30%~40%效率提升. 效率提升与模拟场景中的粒子数有关, 粒子数越多(大多数场景粒子越多, 内部粒子占比越大), 获得的效率提升越多, 且在大规模场景中能够获得更高的加速比.

参考文献(References):

- [1] Ihmsen M, Akinci N, Akinci G, *et al.* Unified spray, foam and air bubbles for particle-based fluids[J]. *The Visual Computer*, 2012, 28(6): 669-677
- [2] Xu Shibiao, Zhang Xiaopeng, Chen Yanyun, *et al.* Interactive simulation for water drop effects[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2013, 25(8): 1159-1168(in Chinese) (徐士彪, 张晓鹏, 陈彦云, 等. 交互式水滴效果模拟[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2013, 25(8): 1159-1168)
- [3] Shao Xuqiang, Zhou Zhong, Zhang Jinsong, *et al.* Stable solid boundary handling algorithm of weakly compressible SPH fluids[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2014, 26(11): 1915-1922(in Chinese) (邵绪强, 周 忠, 张劲松, 等. 微可压缩 SPH 流体的稳定性固体边界处理算法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2014, 26(11): 1915-1922)
- [4] Ihmsen M, Orthmann J, Solenthaler B, *et al.* SPH fluids in computer graphics[C] // *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Aire-la-Ville: Eurographics Association Press, 2014: 21-42
- [5] Osher S, Fedkiw R. *Level set methods and dynamic implicit surfaces*[M]. New York: Springer, 2002
- [6] Enright D, Fedkiw R, Ferziger J, *et al.* A hybrid particle level set method for improved interface capturing[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, 183(1): 83-116
- [7] Enright D, Losasso F, Fedkiw R. A fast and accurate semi-Lagrangian particle level set method[J]. *Computers & Structures*, 2005, 83(6/7): 479-490
- [8] Muller M. Fast and robust tracking of fluid surfaces[C] // *Proceedings of the ACM Siggraph/Eurographics Symposium on Computer Animation*. New York: ACM Press, 2009: 237-245
- [9] Wojtan C, Thürey N, Gross M, *et al.* Physics-inspired topology changes for thin fluid features[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2010, 29(4): Article No.50
- [10] Bhattacharya H, Gao Y, Bargteil A. A level-set method for skinning animated particle data[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2011, 21(3): 17-24
- [11] Wojtan C, Thürey N, Gross M, *et al.* Deforming meshes that split and merge[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2009, 28(3): Article No.76
- [12] Hirt C W, Nichols B D. Volume of fluid /VOF/ method for the dynamics of free boundaries[J]. *Journal of Computational Physics*, 1981, 39(1): 201-225
- [13] Brochu T, Bridson R. Fluid animation with explicit surface meshes[C] // *Proceedings of the Eurographics ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation*. Aire-la-Ville: Eurographics Association Press, 2009: Poster
- [14] Blinn J F. A generalization of algebraic surface drawing[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 1982, 1(3): 235-256
- [15] Muller M, Charypar D, Gross M. Particle-based fluid simulation for interactive applications[C] // *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Aire-la-Ville: Eurographics Association Press, 2003: 154-159
- [16] Zhu Y N, Bridson R. Animating sand as a fluid[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2005, 24(3): 965-972
- [17] Adams B, Pauly M, Keiser R, *et al.* Adaptively sampled particle fluids[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2007, 26(3): Article No.48
- [18] Williams B W. *Fluid surfaces reconstruction from particles*[D]. Vancouver: The University of British Columbia, 2008
- [19] Yu J H, Wojtan C, Turk G, *et al.* Explicit mesh surfaces for particle based fluids[J]. *Computer Graphics Forum*, 2012, 31(2pt4): 815-824
- [20] Yu J H, Turk G. Reconstructing surfaces of particle-based fluids using anisotropic kernels[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2013, 32(1): Article No.5
- [21] Schechter H, Bridson R. Ghost SPH for animating water[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2012, 31(4): Article No.61
- [22] Liu G R, Liu M B. Smoothed particle hydrodynamics: a mesh-free method[J]. *Computational Mechanics*, 2004, 33(6): 491
- [23] Ren B, Yan X, Yang T, *et al.* Fast SPH simulation for gaseous fluids[J]. *The Visual Computer*, 2016, 32(4): 523-534
- [24] Becker M, Teschner M. Weakly compressible SPH for free surface flows[C] // *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*. Aire-la-Ville: Eurographics Association Press, 2007: 209-217
- [25] Akinci N, Ihmsen M, Akinci G, *et al.* Versatile rigid-fluid coupling for incompressible SPH[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2012, 31(4): Article No.62